

Opérations sur les nombres relatifs

I – Additions et soustractions de deux nombres relatifs :a) Additions :

1er cas : Pour additionner deux nombres relatifs de même signe :

→ on additionne les distances à zéro des deux nombres.

→ on met au résultat le signe commun aux deux nombres.

Exemples : $A = (+3) + (+4) = (+7)$; $A = 3 + 4 = 7$
 $B = (-5) + (-1) = (-6)$; $B = -5 - 1 = -6$

2ème cas : Pour additionner deux nombres relatifs de signes contraires :

→ on soustrait la plus petite distance à zéro de la plus grande.

→ on met au résultat le signe du nombre qui a la plus grande distance à zéro.

Exemples : $C = (-2,5) + (+4) = (+1,5)$; $C = -2,5 + 4 = 1,5$
 $D = (+1,5) + (-6,5) = (-5)$; $D = 1,5 - 6,5 = -5$

b) Soustractions :

Propriété :

Pour soustraire un nombre relatif on ajoute son opposé.

Exemples : $E = (+8) - (+5) = (+8) + (-5) = (+3)$
 $F = (+3) - (-1) = (+3) + (+1) = (+4)$
 $G = (-10) - (-2) = (-10) + (+2) = (-8)$

c) Somme algébrique :

Avant d'effectuer le calcul, on transforme les soustractions en additions puis on regarde s'il y a des nombres opposés dont la somme fait 0. On peut ensuite regrouper les nombres positifs entre eux et les nombres négatifs entre eux.

Exemples :

$$H = (-5) + (+2) - (+5) - (-3) + (-2) + (-7) - (-4)$$

$$H = (-5) + (+2) + (-5) + (+3) + (-2) + (-7) + (+4)$$

$$H = (-5) + (-5) + (-7) + (+3) + (+4)$$

$$H = (-17) + (+7)$$

$$H = (-10)$$

$$I = -3,5 + 7 + 1,3 - 1,5 + 3,5$$

$$I = 8,3 - 1,5$$

$$I = 6,8$$

II – Multiplication de deux nombres relatifs :a) Cas général :Règle des signes :

→ Le produit de deux nombres relatifs de même signe est positif.

→ Le produit de deux nombres relatifs de signes contraires est négatif.

Méthode de calcul :

Pour calculer le produit de deux nombres relatifs :

→ on détermine d'abord son signe en utilisant la règle des signes.

→ on multiplie les deux nombres sans tenir compte de leurs signes.

Exemples : $12 \times 3,1 = 37,2$; $4,8 \times (-2) = -9,6$; $(-3,5) \times (-5) = 17,5$

$\begin{array}{c} \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\ \text{facteurs} \quad \text{produit} \end{array}$

b) Multiplication par (-1) :

Lorsqu'on multiplie un nombre relatif par (-1) on obtient son opposé.

Si x désigne un nombre relatif quelconque, on a $x \times (-1) = -x$

Exemples : $7 \times (-1) = -7$; $(-1) \times (-2,5) = 2,5$; $(-1) \times (-1) = 1$

III – Multiplication de plusieurs nombres relatifs :Règle des signes :

→ Le produit de plusieurs nombres relatifs non nuls est **positif** si le nombre de facteurs négatifs est **pair**.

→ Le produit de plusieurs nombres relatifs non nuls est **négatif** si le nombre de facteurs négatifs est **impair**.

Méthode de calcul :

Pour calculer le produit de plusieurs nombres relatifs :

→ on détermine d'abord son signe en utilisant la règle des signes.

→ on multiplie les nombres sans tenir compte de leurs signes.

Exemples :

$$(-25) \times 12 \times (-4) = 1\,200.$$

Il y a deux facteurs négatifs donc on obtient « + » et $4 \times 25 \times 12 = 1\,200$

$$(-3) \times (-5) \times (+10) \times (-2) = -300$$

Il y a trois facteurs négatifs donc on obtient « - » et $3 \times 5 \times 10 \times 2 = 300$

Remarques :

- 1) Le produit de nombres relatifs ne dépend pas de l'ordre des facteurs et ne dépend pas de l'ordre des calculs.
- 2) Si l'un des facteurs est nul alors le produit est nul

$$(-7,5) \times 0 = 0 \quad ; \quad 2,32 \times (-1,598) \times 0 \times (-3) = 0$$

IV – Division de deux nombres relatifs :a) Règle des signes :Définition :

Soient a et b deux nombres relatifs avec $b \neq 0$.

Le quotient de a par b est le nombre qui multiplié par b donne a. On le note $\frac{a}{b}$ ou $a \div b$

Donc $\frac{a}{b} \times b = a$

Attention : On n'a pas le droit de diviser par 0.

Exemple : Le quotient de (-35) par 5 est -7 car $(-7) \times 5 = -35$.

$$(-35) \div 5 = \frac{-35}{5} = -7$$

→ Le quotient de deux nombres relatifs de même signe est positif.

→ Le quotient de deux nombres relatifs de signes contraires est négatif.

Exemples : $(-3) \div 4 = \frac{-3}{4} = -\frac{3}{4} = -0,75$

$$(-12,6) \div (-0,3) = \frac{-12,6}{-0,3} = \frac{12,6}{0,3} = 42$$

Si x est un nombre relatif, $\frac{x}{1} = x$; $\frac{x}{-1} = -x$

et si $x \neq 0$: $\frac{0}{x} = 0$; $\frac{x}{x} = 1$

b) Valeurs approchées et encadrements :

Le quotient de (-4) par 3 est négatif. Il se note $(-4) \div 3$ ou $\frac{-4}{3}$ ou encore $-\frac{4}{3}$

Ce n'est pas un nombre décimal, la division ne s'arrête jamais.

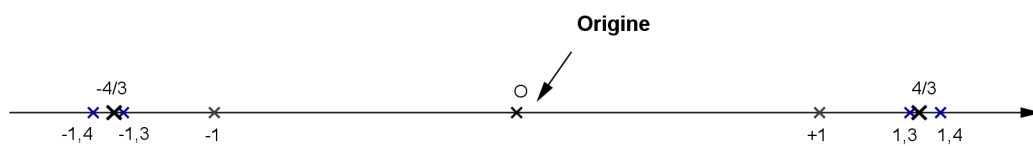
→ Une **valeur approchée** de $\frac{4}{3}$ au centième est 1,33.

→ Un **encadrement** de $\frac{4}{3}$ au dixième est $1,3 < \frac{4}{3} < 1,4$.

→ Une **valeur approchée** de $-\frac{4}{3}$ au centième est - 1,33.

→ Un **encadrement** de $-\frac{4}{3}$ au dixième est $- 1,4 < -\frac{4}{3} < - 1,3$.

Sur une droite graduée cela donne :



Unité de longueur : 4 cm

Valeur sur l'axe	1	1,3	1,4
Valeur en cm	4	5,2	5,6

× 4